Miguel Cañizares Millán	**Recapitulación hasta video 9**

En los 9 videos anteriores hemos viajado de lo particular (campo de un solo punto, acción sin interacciones, etc.) a lo más general (campo de puntos discretos, interacciones, etc.). Antes de continuar, y a modo de recapitulación, me conviene viajar en sentido contrario (para mi es más fácil "bajar" que "subir"). Según lo visto hasta ahora:

ACCIÓN, en campo de "n" puntos discretos es una función $S(\phi_i, \lambda)$ de los valores ϕ_i y el acoplamiento λ en las interacciones (no confundir con los valores λ_i de la matriz Diagonal, que aparecen en otras fórmulas).

$$S(\phi_i,\lambda) = \frac{m^2}{2}(\phi_i)^T(A)(\phi_i) + f(\lambda) = \frac{m^2}{2}\left(A_{11}\phi_1^2 + A_{12}\phi_1\phi_2 + \cdots A_{nn}\phi_n^2\right) + f(\lambda)$$ (A) matriz simétrica

[supongo que cuando los valores ϕ_i sean continuos ϕ será una función de la posición $\phi(x,y,z)$]

Casos particulares

- En el V-5 se da la ACCIÓN en campo con un único valor ϕ: a) sin interacción $S(\phi) = \frac{m^2}{2}\phi^2$

  b) con interacción $S(\phi,\lambda) = \frac{m^2}{2}\phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4$

FUNCIONAL GENERADOR es: $$Z[J] = \int\cdots\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-S(\phi_i,\lambda) + \sum_i \phi_i \cdot J_i}\ \mathcal{D}\phi$$

En un campo de "n" puntos discretos, con valores ϕ_i también hay "n" valores de J y en el exponente aparece:

$$\sum_i \phi_i \cdot J_i = (\phi)^T(J)$$

[supongo que cuando los valores ϕ_i sean continuos, ϕ y J serán funciones de la posición $\phi(x,y,z)$ $J(x,y,z)$]

Casos particulares

- En (I) de resumen de V-4 se da $Z[J]$ para un valor de ϕ y J y sin interacción: $Z[J] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-S(\phi)+\phi\cdot J}\, d\phi$

- Cuando no hay interacciones y, por lo tanto, la acción sólo depende de los valores ϕ_i la integral para calcular el funcional generador puede reducirse a integrales gaussianas . En esos casos:

- En (II) de resumen de V-8, campo de "n" valores ϕ_i y J_i: $Z[J] = \left(\frac{\sqrt{2\pi}}{m}\right)^n \frac{1}{\sqrt{det(A)}} \cdot exp\left[\frac{1}{2m^2}\sum_{ij} A_{ij}^{-1} J_i J_j\right]$

- En (II) de resumen de V.4 , campo de $n = 1$, un solo valor de ϕ y J: $Z[J] = \frac{\sqrt{2\pi}}{m} \cdot exp\left[\frac{1}{2m^2} J^2\right]$

VALOR ESPERADO $<\phi_a\,\phi_b\,\phi_c\,\phi_d \cdots >$ de un producto de "p" (par) valores del campo de "n" valores ϕ_i :

Cálculo directo: $$\langle \phi_a\phi_b\phi_c\phi_d \cdots \phi_p\rangle = \frac{\int\cdots\int_{-\infty}^{+\infty} \phi_a\phi_b\phi_c\phi_d \cdots \phi_p \cdot e^{-S(\phi_i,\lambda)}\ \mathcal{D}\phi}{\int\cdots\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-S(\phi_i,\lambda)}\ \mathcal{D}\phi}$$

Cálculo utilizando Z[J] : $$\langle \phi_a\phi_b\phi_c\phi_d \cdots \phi_p\rangle = \frac{\left[\left(\frac{\partial}{\partial J_a}\frac{\partial}{\partial J_b}\frac{\partial}{\partial J_c}\frac{\partial}{\partial J_d}\cdots\frac{\partial}{\partial J_p}\right) Z(J)\right]_{J=0}}{Z[0]}$$

Casos particulares

- Cuando no hay interacciones (IV) del resumen de V-7 y del resumen de V-8: $\langle \phi_a\phi_b\rangle = \frac{1}{m^2}A_{ab}^{-1}$

- Se generaliza cuando no hay interacciones (I) del resumen de V-9:

  $$\langle \phi_a\phi_b\,\phi_c\,\phi_d \cdots \phi_p\rangle = \left[\langle\phi_a\phi_b\rangle\langle\phi_c\phi_d\rangle \cdots \langle\phi_o\phi_p\rangle\right] + \left[\langle\phi_a\phi_c\rangle\langle\phi_b\phi_d\rangle \cdots \langle\phi_o\phi_p\rangle\right] + \cdots \ldots etc.$$

  En cada sumando hay un producto de **$p/2$ factores de distintas parejas.** Cada factor vale: $\langle\phi_\alpha\phi_\beta\rangle = \frac{1}{m^2}A_{\alpha\beta}^{-1}$

  Nª de sumandos = $(p-1)!! = ((p-1)(p-3)\cdots 5\cdot 3\cdot 1$ = Nº de formas diferentes de emparejar p valores

- En campo de un solo punto y $A^{-1}=1$, (III) del resumen de V-4: $\langle\phi^p\rangle = \frac{1}{m^2}(p-1)(p-3)\cdots 3\cdot 1$

  $\langle\phi^2\rangle = \frac{1}{m^2}$